قاسم حسین قنبری،
دبیر ریاضی سمنان
سروش حسین قنبری،
دانش‌آموز کلاس هشتم

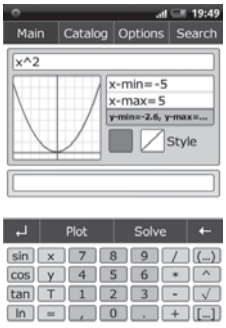
مقدمه

همان‌طوری که همهٔ معلم‌ها می‌دانند، با وجود اینکه همراه داشتن تلفن همراه در مدرسه غیرقانونی است، ولی بعضی از دانش‌آموزان گوشی تلفن همراه با خود به مدرسه می‌آورند که این برای مدرسه و خانواده مشکلاتی ایجاد می‌کند. از طرف دیگر، امکانات فوق‌العادهٔ این گوشی‌ها و تبلت‌ها را نمی‌توان نادیده گرفت؛ همان‌طور که علاقه و توانایی دانش‌آموزان در کار کردن با گوشی‌ها چیزی نیست که بتوان نادیده گرفت. لذا باید به دنبال راهی برای حل این مشکل بود. ولی آیا این مشکل به‌سادگی حل می‌شود؟ و مسئله تنها آوردن گوشی به کلاس است؟

تجربهٔ چند سالهٔ نگارنده نشان می‌دهد که مسئله اصلی چیز دیگری است و آموزش صحیح گام اساسی در از بین بردن مشکلات است.

نرم‌افزارهایی که در این مقاله به معرفی آن‌ها می‌پردازیم، تحت سیستم‌عامل اندروید هستند و در کشور ما بسیار فراگیرند؛ نرم‌افزارهایی مثل ProcalcApp، MathPac و Mathstudio. ابتدا کار را با «Mathstudio» شروع می‌کنیم، زیرا به ریاضیات دبیرستانی نزدیک‌تر است.

این نرم‌افزار بعد از نصب و فراخوانی، قصد آموزش کاربر را دارد که شما می‌توانید آموزش را ادامه دهید یا اینکه انصراف دهید. در صورت ادامه شکلی شبیه شکل ۱ را خواهید داشت.



شکل ۱

در نوار بالای صفحه دستورها نوشته می‌شوند. دستورها دو گروه هستند:

۱. دستورات ترسیمی که با دکمهٔ «Plot» اجرا می‌شوند؛ مثل رسم نمودار $y=x^2$ که در شکل ۱ وجود دارد.

۲. دستورات محاسباتی که با دکمهٔ «Solve» اجرا می‌شوند؛ مثل حل یک معادله یا تجزیهٔ یک چندجمله‌ای.

صفحهٔ کلید این نرم‌افزار کشویی است و در چهار جهت باز می‌شود و هر قسمت آن کارهای ویژه‌ای انجام می‌دهد. در بالای صفحه کلید نوار جداگانه‌ای وجود دارد که در سمت چپ و راست ادامه دارد و کارهای ویرایشی، از جمله Delete، Paste، Copy و

Cut را انجام می‌دهد (شکل ۲).

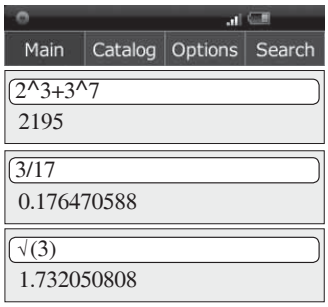
شکل ۲

اعمال ریاضی

جمع و تفریق با همان علائم (+) و (−) تقسیم با (/)، توان با علامت (^) و ضرب با (*) نشان داده می‌شوند.

محاسبات عددی

برای محاسبهٔ یک مقدار مثل $۲^۳+۳^۷$، عبارت را با علائم توان می‌نویسیم و دکمهٔ «solve» را می‌زنیم. در صورتی که در عبارت موردنظر کسر یا رادیکال داشته باشیم، بعد از اولین اجرا عبارت به شکل ریاضی در می‌آید و در بار دوم اجرا به‌صورت اعشاری نمایش داده می‌شود (شکل ۳).



شکل ۳

این ویژگی نرم‌افزار باعث می‌شود که محاسبات اعداد گویا و رادیکالی هم به‌صورت ریاضی و هم به‌صورت اعشاری قابل محاسبه باشد.

مثال: حاصل عبارت $A=(\frac{۵}{۷}-\frac{۲}{۳})(\frac{۱}{۶}+\frac{۵}{۹})$ و $B=۲\sqrt{۳۰۰}+\sqrt{۲۷}+۳\sqrt{۱۸}-۴\sqrt{۵۰}$ را حساب کنید و سپس جواب‌ها را به‌صورت اعشاری بنویسید.

(5/7-2/3)*(1/6+5/9)

$\frac{13}{378}$

(2√(300)+√(27)+3√(18)-4√(50)

$-11\sqrt{2}+23\sqrt{3}$

شکل ۴

چند جمله‌ای‌ها

برای محاسبهٔ جمع، تفریق، ضرب و توان چندجمله‌ها از دستور «Expand(exp)» استفاده می‌کنیم (exp همان عبارت جبری است).

مثال: حاصل عبارت $A=(x+۲)^۳-(۵x+۱)(x-۲)$ و $B=(۲x+۳y)^۴$ را به‌دست آورید.

Expand((x+2)^3-(5x+1)*(x-2))

$x^3+x^2+21x+10$

Expand((2x+3y)^4)

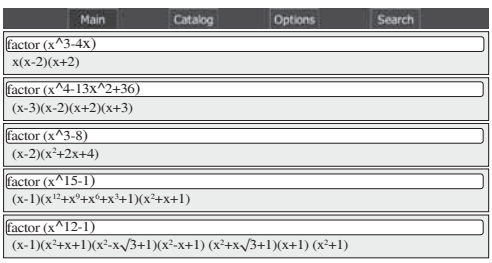
$16x^4+81y^4+96x^3y+216x^2y^2+216xy^3$

شکل ۵

تجزیه

معمولاً بیشتر دانش‌آموزان در بحث تجزیه به مشکل برمی‌خورند. دستور بسیار سادهٔ «Factor(exp)» عبارت‌های یک متغیره را تجزیه می‌کند.

مثال: این عبارت‌ها را تجزیه کنید: $A=x^۳-۴x$، $B=x^۴-۱۳x^۲+۳۶$، $C=x^۳-۸$ و $D=x^{۱۵}-۱$ و $E=x^{۱۲}-۱$.



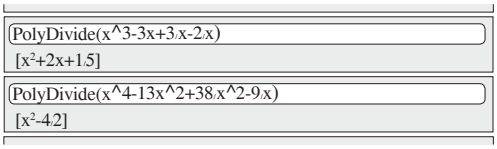
شکل ۶

تقسیم چندجمله‌ای بر چندجمله‌ای

اگر P(x) و Q(x) دو چندجمله‌ای باشند، خارج‌قسمت و باقی‌ماندهٔ تقسیم با دستور PolyDivide(P(x),Q(x),x)

محاسبه می‌شود.

✦ **مثال:** خارج‌قسمت و باقی‌ماندهٔ تقسیم $P(x) = x^3 - 3x + 3$ را بر $x - 2$ حساب کنید.



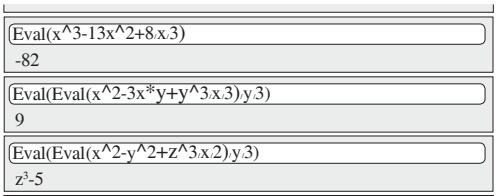
شکل ۷

دستور «Qoutient(P(x),Q(x))» هم فقط خارج‌قسمت تقسیم را حساب می‌کند.

محاسبهٔ مقدار یک چندجمله‌ای

اگر P(x) یک چندجمله‌ای باشد، برای محاسبهٔ مقدار آن به ازای x=a دستور «Eval(P(x),x,a)» را به‌کار می‌بریم. وقتی چندجمله‌ای دو متغیره باشد، از این دستور به شکل تودرتو استفاده می‌کنیم.

در شکل ۸ مقدار x^3-13x^2+8 به ازای $x=3$، مقدار $x^2-3xy+y^3$ به ازای $y=3$ و $x=3$ محاسبه شده و مقدار $x^3-y^2+z^3$ به‌ازای $y=3$ و $x=2$ برحسب z به‌دست آمده است.



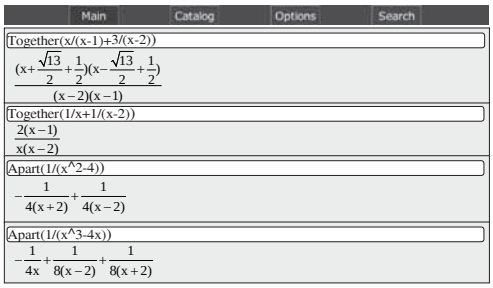
شکل ۸

عبارت‌های گویا

اگر S(x) عبارتی گویا، شامل جمع و تفریق و ضرب و تقسیم باشد، «Together(S(x))» حاصل آن را حساب می‌کند. در ضمن این دستور عبارت نهایی را ساده هم می‌کند.

✦ **مثال:** حاصل عبارت‌های $A = \frac{x}{x-1} + \frac{3}{x-2}$ و $B = \frac{1}{x} + \frac{1}{x-2}$ را حساب کنید.

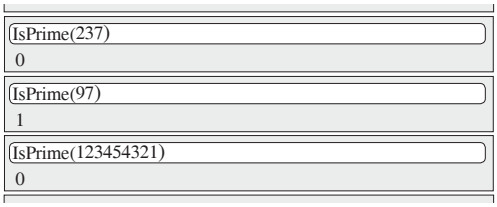
همچنین اگر کسری داشته باشیم، می‌توانیم با دستور «Apart(exp)» آن را به کسرهای ساده تجزیه کنیم. در شکل ۹ کسرهای $A = \frac{1}{x^2-4}$ و $B = \frac{1}{x^3-4x}$ به کسرهای ساده تجزیه شده‌اند.



شکل ۹

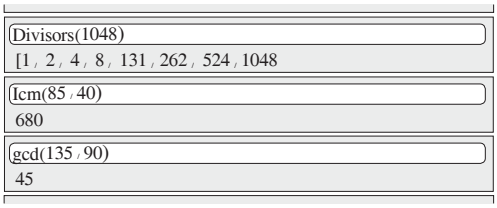
اعداد طبیعی

اول یا مرکب بودن یک عدد طبیعی یکی از مباحث نظریهٔ اعداد است که در همهٔ دوره‌های تحصیلی مطرح می‌شود. دستور «IsPrime(n)» اول یا مرکب بودن عدد n را با اعداد صفر و یک مشخص می‌کند. در شکل ۱۰ اول یا مرکب بودن اعداد ۲۳۷، ۹۷ و ۱۲۳۴۵۴۳۲۱ بررسی شده است.



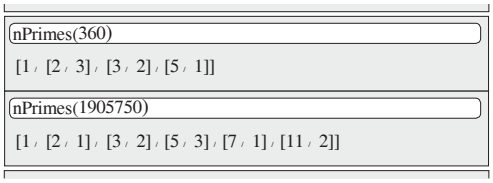
شکل ۱۰

برای تعیین مقسوم‌علیه‌های عدد طبیعی n از دستور «Divisors» استفاده می‌شود. همچنین «lcm(m,n)» و «gcd(m,n)» ک.م.م و ب.م.م دو عدد n و m را حساب می‌کنند.



شکل ۱۱

در شکل ۱۱ شمارنده‌های عدد ۱۰۴۸، ک.م.م ۸۵ و ۴۰، و همچنین ب.م.م دو عدد ۱۳۵ و ۹۰ محاسبه شده است. اما دستور «nprimes(n)» عدد طبیعی n را به عامل‌های اول تجزیه می‌کند و آن را به‌صورت تجزیه شده می‌نویسد.

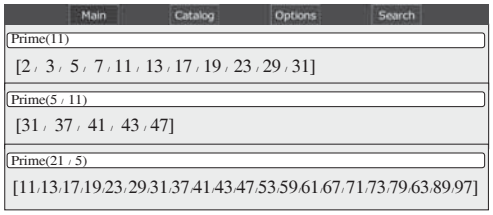


شکل ۱۲

همان‌طور که در شکل ۱۲ مشخص است، عدد ۱۹۰۵۷۵۰ به عامل‌های اول تجزیه شده که به‌صورت $۱۹۰۵۷۵۰=۲^{۱}\times۳^{۲}\times۵^{۳}\times۷^{۱}\times۱۱^{۲}$ است.

غربال اراتستن

شاید فهرست کردن اعداد اول یکی از خسته‌کننده‌ترین کارها در ریاضی باشد که باعث می‌شود زیبایی کار با اعداد اول از بین برود. اما دستور «Prime(n)» این کار را بسیار ساده می‌کند. این دستور از عدد اول شماره یک یعنی ۲، n تا عدد اول متوالی را می‌نویسد. «Prime(n,m)» نیز از عدد اول شمارهٔ m به‌ترتیب n تا عدد اول را می‌نویسد. برای مثال در شکل ۱۳، Prime(۵,۱۱) از عدد اول شمارهٔ ۱۱ که ۳۱ است، پنج عدد اول متوالی یعنی ۳۱ و ۳۷ و ۴۱ و ۴۳ و ۴۷ را می‌نویسد.



شکل ۱۳

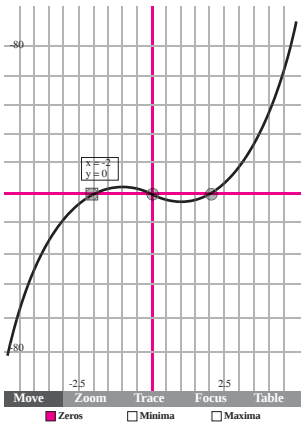
رسم نمودار تابع یک متغیره

برای رسم نمودار تابع y=f(x) فقط کافی است f(x) را در نوار برنامه‌ها بنویسیم و دکمهٔ «Plot» را اجرا کنیم (شکل ۱). برای داشتن تصویری با کیفیت و بزرگ کافی است روی نمودار دوبار کلیک کنیم. برای مثال در شکل ۱۵ نمودار $y=x^{۳}-۴x$ رسم شده است.

با بزرگ کردن تصویر در پایین آن نوار شکل ۱۴ ظاهر می‌شود که اطلاعات جالبی در اختیار کاربر قرار می‌دهد.

شکل ۱۴

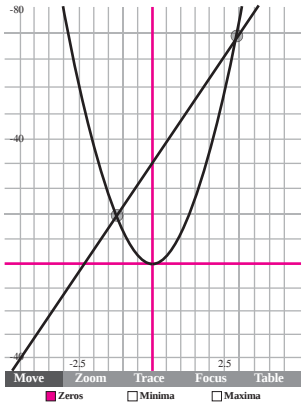
در ردیف اول «Move» برای جابه‌جا کردن تصویر است. با انتخاب «Trace» یک نقطه روی نمودار مشخص می‌شود که مختصات آن کنار نقطه نوشته می‌شود. با حرکت انگشت روی صفحه می‌توان نقطه را جابه‌جا کرد. همچنین «Table» اطلاعات نمودار را در یک جدول نمایش می‌دهد. در ردیف دوم، با انتخاب Zero صفرهای تابع مشخص می‌شوند که در شکل ۱۵ صفرها مشخص شده‌اند. به‌همین روش Min و Max را هم می‌توان مشخص کرد.



شکل ۱۵

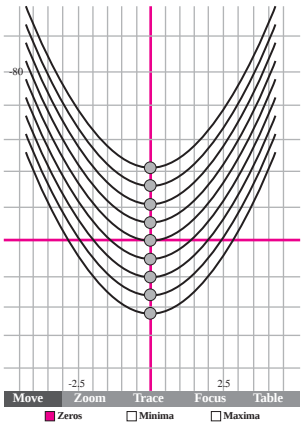
رسم چند نمودار در یک دستگاه

اگر بخواهیم نمودار چند تابع را در یک دستگاه رسم کنیم، ابتدا دکمهٔ «Plot» را می‌زنیم و سپس در پرانتز جلوی آن، توابع را می‌نویسیم. البته آن‌ها را با علامت (,) از هم جدا می‌کنیم. در نمودار ۱۶ نمودار دو تابع y=x+۵ و $y=x^{۲}$ با هم رسم شده‌اند. برنامهٔ این رسم «Plot(x^۲, x+۵)» است که آن را توسط صفحهٔ کلید هم می‌توان نوشت.



شکل ۱۶

در این حالت علاوه بر سایر امکانات، نقاط برخورد دو تابع را نیز می‌توان با انتخاب «Intersections» مشخص کرد. خود نرم‌افزار رنگ‌های متفاوتی را انتخاب می‌کند که این رنگ‌ها قابل تغییر هستند.



شکل ۱۷

در شکل ۱۷ چندین نمودار با هم در یک دستگاه رسم شده است.

✦ **تذکر:** این نرم‌افزار و سایر نرم‌افزارهای مشابه برای رسم نمودار توابع ناپیوسته مناسب نیستند، با وجود این اطلاعات خوبی به ما می‌دهند. همچنین در نسخه‌های بالاتر این مشکلات کمتر خواهند شد.

خودآموز Mathstudio

نوار بالای نرم‌افزار از چهار قسمت تشکیل شده است:

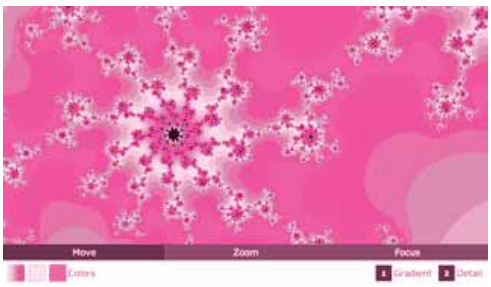
Main	Catalog	Options	Search

در قسمت Catalog همهٔ توابع و دستورهای نرم‌افزار موجود و برحسب حروف الفبای انگلیسی مرتب شده‌اند و با کمی اطلاعات در مورد ریاضی به زبان انگلیسی می‌توان به هدف خود دست یافت. فرض کنیم می‌خواهیم در مورد تجزیه در این نرم‌افزار اطلاعاتی به‌دست آوریم. به این منظور در قسمت «catalog» به قسمت حرف F می‌رویم و کلمهٔ «factor» را می‌یابیم تا با دستور و روش اجرای آن آشنا شویم.

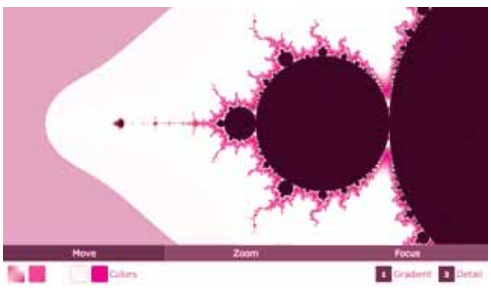
همچنین خود نرم‌افزار هم روش کار با آن را آموزش می‌دهد. کافی است با زدن کلید «Tuchmenu» گوشی یا تبلت، مسیر «More->tutorial» را طی کنیم تا خود نرم‌افزار به‌صورت گام‌به‌گام کار آموزش را انجام دهد.

فرکتال و سرگرمی

تصویرهای هندسهٔ فرکتال بسیار خیره‌کننده و جالب هستند. نکتهٔ جالب آن‌ها این است که هر قدر تصویر را بزرگ کنیم، شکل پایان نمی‌پذیرد. به‌عبارت دیگر، بی‌نهایت را می‌توان لمس و از نزدیک مشاهده کرد. این نرم‌افزار تصاویر فرکتالی را با کیفیت بالا رسم می‌کند. در ضمن با بزرگ کردن تصویر، نرم‌افزار دوباره شکل را بازسازی می‌کند و مانع از شطرنجی شدن تصویر می‌شود. برای مشاهدهٔ این تصاویر صفحهٔ کلید را به طرف بالا می‌کشیم. در صفحهٔ اول دکمهٔ «fractal» و در صفحهٔ دوم کلید «Julia» این تصاویر را طراحی می‌کنند.



شکل ۱۸ــ از مجموعهٔ julia



شکل ۱۹

در تصویرهای ۱۸ و ۱۹ رنگ‌ها در پایین صفحه قابل تغییر هستند. همچنین، «Gradient» و «Detail» نیز تغییر می‌کنند و دنیایی از شکل‌های زیبا به‌وجود می‌آید.

✦ **نکتهٔ پایانی:** این مختصر حاصل کار مشترک بنده و فرزندم **سروش** است که کارهای بسیار مهمی را در زمینهٔ جست‌وجو برای نرم‌افزارها و نصب و راه‌اندازی آن‌ها انجام داد. همچنین با سؤال‌ها و کنجکاوی‌های خود بسیاری از ریزه‌کاری‌های نرم‌افزار را نمایان کرد.